

Math. Vertiefung - Linearität in Algebra und Analysis
Übungsblatt 10

Abgabe: 7./8. Januar 2019 in den Übungsgruppen.

Aufgabe 1. Zeige: jeder Hilbert-Unterraum ist ein Hilbertraum, und der Abschluss eines jeden linearen Unterraumes ist ein Hilbertraum.

Aufgabe 2. Es sei V ein Hilbertraum und $A \subseteq V$ eine nicht-leere Teilmenge. Beweise die folgenden Eigenschaften:

- (a) A^\perp ist ein abgeschlossener Unterraum.
- (b) Es gilt $(A^\perp)^\perp = \overline{[A]}$, wobei der Ausdruck auf der rechten Seite den Abschluss des von A erzeugten linearen Unterraumes bezeichnet.

Aufgabe 3. Zeige: jeder endlich-dimensionale Unterraum eines Hilbertraums ist abgeschlossen.

Aufgabe 4. Es sei P das von Vektoren $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ erzeugte Parallelepiped. Berechne das Volumen von P .